

# Univerzitetni programerski maraton

**FINALE 2016 – rešitve nalog**

Tomaž Hočevar

# Šahovnica (24/24)

Izriši šahovnico podanih dimenzij.

- tabela:
  - $w \cdot h$  celic velikosti  $a \cdot b$
- direkten izpis:
  - barva “piksla” =  $(x/a + y/b) \% 2$

3 4 3 2

```
...###...
...###...
###...###
###...###
...###...
...###...
###...###
###...###
```

# Skladiščenje (16/19)

Planiraj proizvodnjo za minimizacijo stroškov skladiščenja.

dan

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>
	<b>2</b>	<b>1</b>		<b>1</b>	<b>3</b>	<b>2</b>				<b>3</b>

naročila

proizvodnja (k=2)

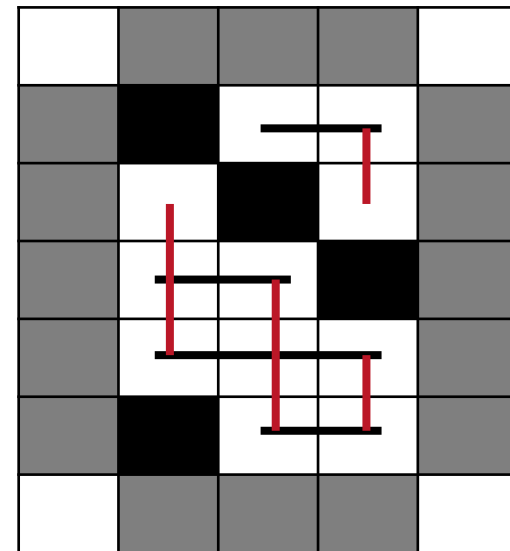
<b>3</b>				<b>2</b>	<b>2</b>	<b>2</b>			<b>1</b>	<b>2</b>	
----------	--	--	--	----------	----------	----------	--	--	----------	----------	--

- zalogo porabimo čim prej
- zadnje naročilo zadovoljimo zadnji trenutek itn. (in tako nazaj)
  - morda zahteva več dni

# Beli bloki (11/22)

Preštej maksimalne bele bloke v veliki ampak redki tabeli.

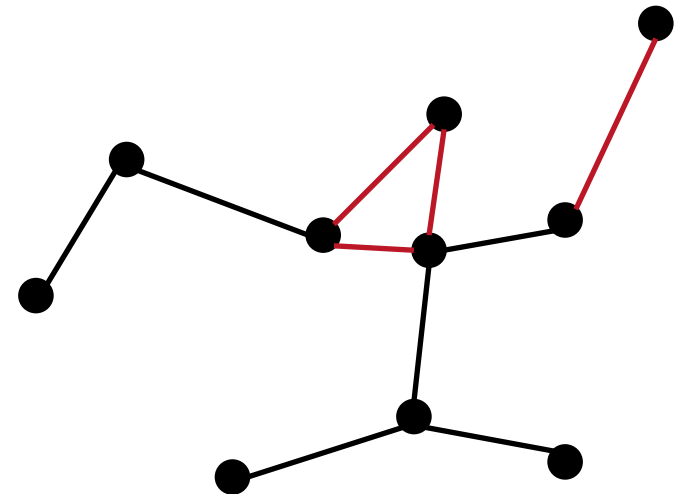
- bloki = maksimalne zaporedne skupine belih celic
- izjema: bloki velikosti 1x1
- $O(w \cdot h)$  - MLE
- seznam črnih celic po vrsticah, stolpcih
- je 1x1 celica obdana s črnimi?



# Poveži pike (1/5)

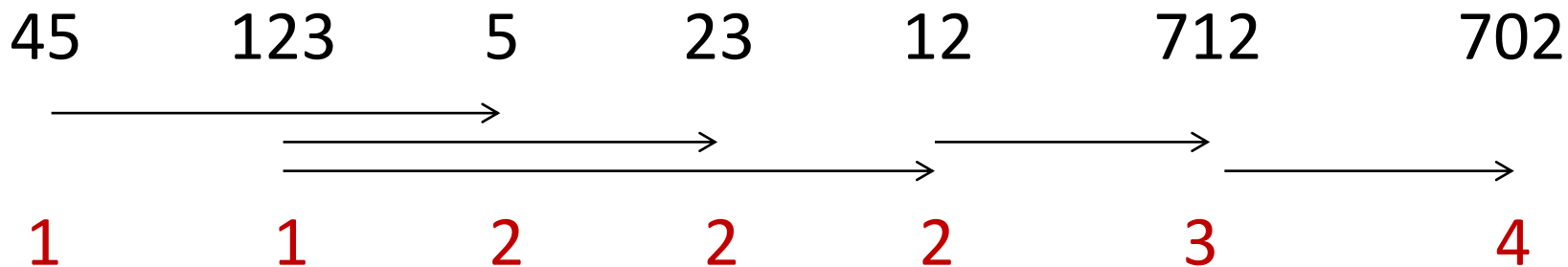
Izračunaj minimalno vpeto drevo (MST) točk v ravnini z nekaj obstoječimi povezavami.

- Kruskal –  $O(m \log m)$
- Prim –  $O(n^2)$ ,  $O(m \log n)$
- gost graf!
  
- obstoječe povezave
  - krčenje komponent
  - cena povezav = 0



# Tipkarska napaka<sub>(5/10)</sub>

Poišči najdaljše podzaporedje “podobnih” števil.



- najdaljša pot v usmerjenem acikličnem grafu
  - dinamično programiranje (naprej ali nazaj)
  - $f(i) = \text{najdaljša pot do } i\text{-tega števila} = \max_{j < i: t(i,j)} (f(j)+1)$
  - generiranje podobnih števil

# Permutacije (0/5)

---

Izračunaj povprečen red permutacije  $n$  elementov.

- red permutacije 2 5 4 3 1?
  - $(1\ 2\ 5)(3\ 4)$
  - $\text{LCM}(c_1, c_2, \dots, c_k)$
- problem:  $O(n!)$
- rešitev:
  - $\text{red}[(1\ 2\ 5)(3\ 4)] = \text{red}[(1\ 5\ 3)(2\ 4)] = \dots$
  - $c_1 = 3, c_2 = 2$

# Permutacije

---

- koliko je razliĉnih cikličnih oblik zapisa?
  - $50 = 30 + 10 + 3 + 3 + 3 + 1$
  - $\text{partitions}(50) = 204226$
- št. permutacij s cikličnim zapisom oblike 4, 2, 2, 2, 1, 1
  - npr. (1 5 3 12) (2 6) (4 8) (7 11) (9) (10)

$$\frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{4} \cdot \frac{8 \cdot 7}{2} \cdot \frac{6 \cdot 5}{2} \cdot \frac{4 \cdot 3}{2} \cdot \frac{2}{1} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{3! \cdot 2!}$$



# Modus (0/10)

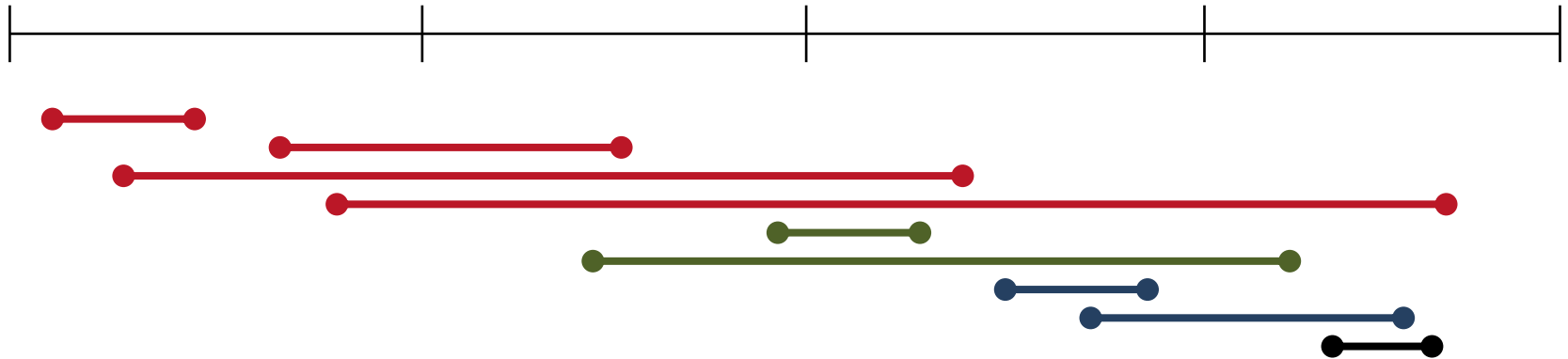
Učinkovito izračunaj modus na odsekih podanega seznama.

8 7 3 2 **8 2 7 2 8** 4 2 0 2

- $O(m \cdot n) = \text{TLE}$
- dekompozicija seznama
  - $m_1 = \text{modus}(a_1 \dots a_x)$ ,  $m_2 = \text{modus}(a_{x+1} \dots a_n)$   
 $\text{modus}(a_1 \dots a_n) = ?$

# Modus

- dekompozicija poizvedb  $[l, r]$  ... (Mo-jev algoritem)
  - skupina =  $l / \sqrt{n}$ , znotraj skupine urejeni glede na  $r$

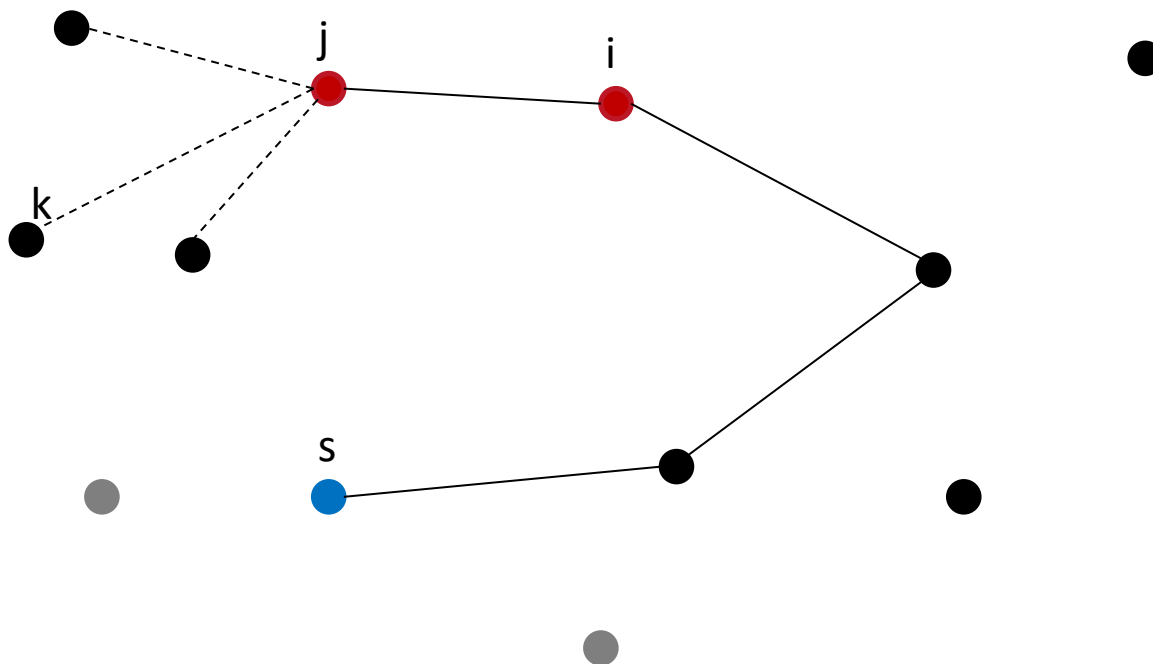


- prehod med zaporednimi poizvedbami
  - $O(n \sqrt{n})$
- $f[x]$  ... povezan seznam števil s frekvenco  $x$

# Šotor (0/0)

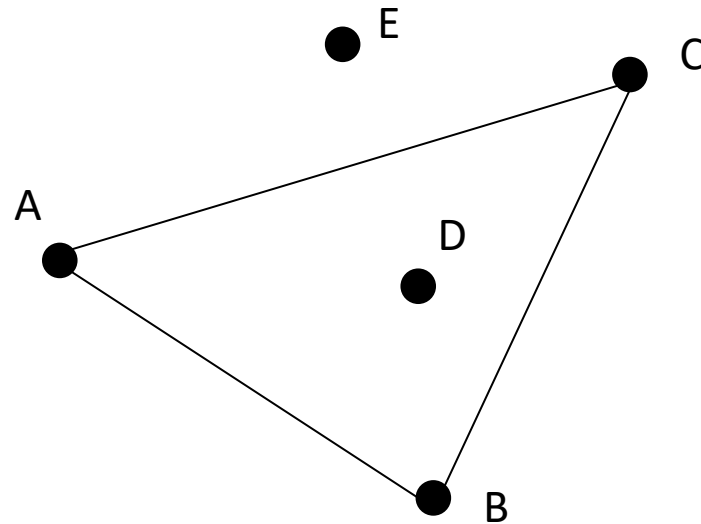
Poišči največji (površina) prazen konveksen večkotnik z oglišči v podanih točkah.

- geometrija + dinamično programiranje



# Šotor

- $f(s, i, j) = \max.$  površina z začetno točko  $s$  in zadnjima dvema  $i$  in  $j$ 
  - $\text{prazen}(s, i, j)$
  - $\text{povrsina}(s, i, j)$
- $O(n^4)$
- pazi
  - kolinearne točke
  - točke na daljici  $s, j$
  - 64-bitna števila



# Krožne predpone (0/4)

---

Poišči najdaljši predponi nizov, ki sta krožno ekvivalentni.

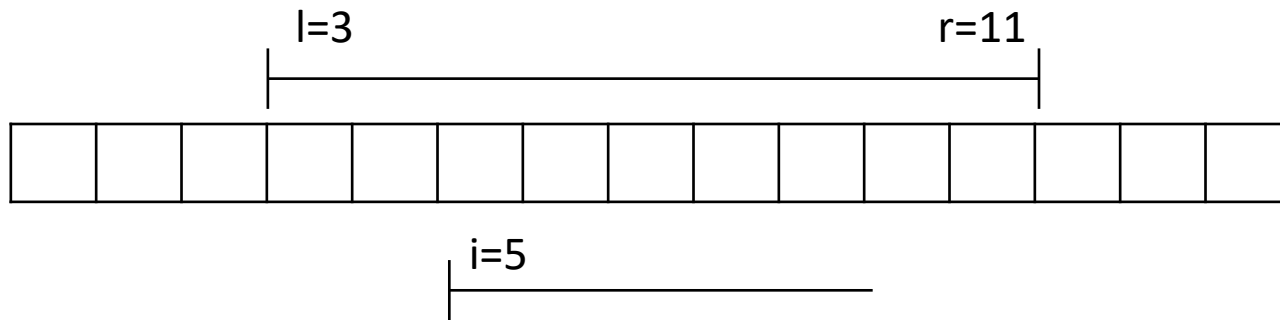
**abbabaab**ba

**abaababb**ab

- naive  $O(n^3)$ , hashing  $O(n^2)$  – TLE
- opazujmo zamike namesto dolžine predpone
  - max. ujemanje pri zamiku  $k$ ?
  - Z-algoritem

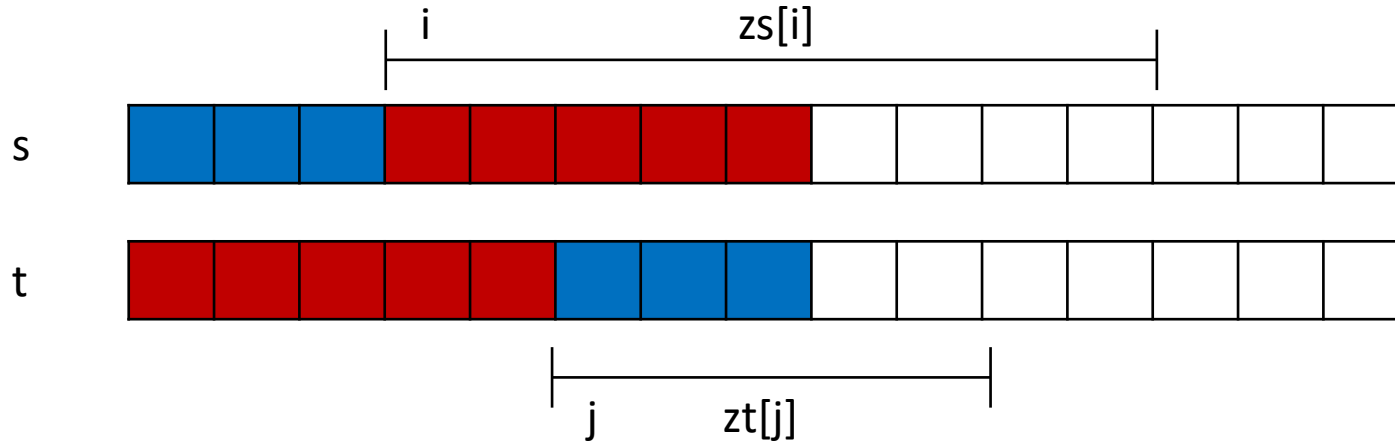
# Z-algoritem

indeks	0	1	2	3	4	5	6	7	8
niz	a	a	b	c	a	a	b	a	a
z		1	0	0	3	1	0	1	2



- $i > r$
- $i + z[l-i] - 1 < r$ :  $z[i] = z[l-i]$
- $i + z[l-i] - 1 \geq r$ : do r se ujema
- uporaba: iskanje nizov v  $O(n+m)$

# Krožne predpone



zamik  $i \rightarrow \max i+j: j \leq zs[i], zt[j] \geq i$

